

MARIA DĄBROWA*

Specyfika tekstu matematycznego i jego lektury

Słowa kluczowe: język matematyczny, kształcenie matematyczne, lektura tekstu matematycznego, dydaktyka matematyki

Streszczenie: Niniejsze opracowanie powstało w nawiązaniu do toczących się w środowisku akademickim dyskusji dotyczących niechęci studentów do korzystania z podręczników akademickich. Zwrócono w nim uwagę na zagadnienie bardziej szczegółowe: na problemy w korzystaniu przez studentów studiów ekonomicznych (w tym kierunku „zarządzanie”) z akademickich podręczników do matematyki. Problemy te w dużej mierze są spowodowane czynnikami niezależnymi od studentów. Język matematyczny charakteryzuje się bowiem specyficznymi cechami: symboliką, formalnym zapisem, zwrotami odmiennymi niż w języku potocznym, wykorzystaniem rysunków (wykresów), które należy interpretować. Student, który na wcześniejszym etapie kształcenia nie był przygotowany do korzystania z tekstów matematycznych, napotyka na barierę – postrzega tego typu teksty jako hermetyczne, trudne do zrozumienia.

W początkowej części artykułu omówiono, opierając się na literaturze z zakresu dydaktyki matematyki, na czym polega specyfika języka matematycznego oraz jakie cechy odróżniają tekst matematyczny od innych tekstów. Lektura tekstu matematycznego wymaga od czytelnika szczególnej aktywności matematycznej, co zostało w tym miejscu zasygnalizowane. W dalszej części opracowania przedstawiono wyniki badań dotyczących roli podręczników do matematyki w procesie kształcenia na studiach ekonomicznych. Zaprezentowano również klasyfikację dostępnych na rynku wydawniczym podręczników do matematyki, przeznaczonych dla studentów kierunków ekonomicznych, pod względem koncepcji ich konstrukcji. W części końcowej zamieszczono wnioski, które jednocześnie stanowią odpowiedź na sformułowane wcześniej pytania. Rozważania kończy lista heurystycznych reguł, które mogą ułatwić studentom pracę z tekstem matematycznym.

1. Wprowadzenie

W ostatnim czasie coraz częściej zwraca się uwagę na problem analfabetyzmu wtórnego i funkcjonalnego wśród młodzieży. Problem ten dotyczy również osób do-

* dr Maria Dąbrowa – adiunkt, kierownik Samodzielnego Zakładu Informatyki i Metod Ilościowych, Małopolska Wyższa Szkoła Ekonomiczna w Tarnowie.

rosłych, a nawet absolwentów szkół wyższych. Wykładowcy uczelni wyższych alarmują, że studenci nie chcą i nie potrafią korzystać z podręczników akademickich. Tymczasem młody człowiek po ukończeniu szkoły średniej, a tym bardziej studiów wyższych, powinien być otwarty na wiedzę; powinien posiadać umiejętność efektywnego wyszukiwania informacji, analizowania ich oraz rozumowania na ich podstawie. W świetle szybko następujących zmian gospodarczych i technicznych absolwent uczelni wyższej winien zachować zdolność uczenia się przez całe życie. Tylko taka postawa może wpływać na powodzenie zawodowe absolwentów oraz sprzyjać ich dalszemu rozwojowi.

Na kierunkach ekonomicznych (w tym na kierunku „zarządzanie”) studenci napotykać na dodatkowe trudności, wynikające z potrzeby korzystania z podręczników do matematyki oraz statystyki i ekonometrii. Dotyczy to także wielu podręczników z zakresu ekonomii, które często są bardzo „zmatematyzowane”: zawierają liczne wykresy i ich interpretacje, posługują się wzorami, wskaźnikami. Opór studentów wobec czytania tekstu matematycznego spowodowany jest nie tylko zwykłą niechęcią do czytania. Nierzadko jego przyczyną jest formalizm języka oraz zapisów, w których autorzy używają często symboli niezrozumiałych dla czytelnika.

2. Język matematyczny i jego specyfika

Język matematyczny charakteryzuje się pewnymi specyficznymi cechami, odróżniającymi go zarówno od języka potocznego używanego na co dzień, jak i języka stosowanego w wielu innych naukach. Zofia Krygowska (1977, s. 28) podkreśla, że specyfika języka matematycznego nie jest „wynikiem zabawy w konstruowanie sztucznego języka dla wtajemniczonych”. Język ten kształtował się na dwóch płaszczyznach:

- w toku badań nad podstawami matematyki,
- na tle potrzeb codziennej pracy matematyka.

Ze względu na specyficzny charakter matematycznych obiektów i dedukcyjną metodę konieczne jest zastępowanie wieloznacznych zwrotów języka codziennego przez jednoznaczne zwroty języka formalnego. Stefan Turnau (1990, s. 58) zwraca uwagę na dwojaki sposób podejścia do matematyki, którą można rozpatrywać jako:

- gotową teorię zawartą w podręcznikach i monografiach;
- działalność polegającą na zadawaniu pytań i formułowaniu zadań, uzyskiwaniu odpowiedzi, przyswajaniu sobie teorii.

Każdemu z tych podejść towarzyszy nieco inny sposób posługiwania się językiem matematycznym. Matematyka jako gotowa teoria jest na ogół wyrażana *na piśmie*¹. Należy tu podkreślić różnicę pomiędzy językiem pisanym gotowej matematyki a wyrażeniem w języku pisanym efektów działalności matematycznej.

¹ Takiego sformułowania używa S. Turnau (1990, s. 58).

W języku matematyki – gotowej teorii – zwracają uwagę trzy składniki tego języka: symbole, słowa i rysunki. Elementy te powinny być wykorzystane w kształtowaniu języka matematyki rozumianej jako działalność, aktywność. Istotne są dwie funkcje języka symbolicznego:

- 1) umożliwi on bardzo krótkie zapisanie zdania²,
- 2) w toku działalności matematycznej służy do przetwarzania lub wykorzystania wyrażonych w nim informacji.

Symbolika matematyczna jest użyteczna wówczas, gdy jest operatywnym instrumentem w rozwiązywaniu różnych zagadnień³.

Język słowny matematyki jest zbliżony do języka naturalnego. Zawiera on jednak pewne zwroty i wyrażenia specyficzne, których znaczenie w matematyce jest zupełnie inne niż w języku potocznym, bądź które w języku naturalnym nie są spotykane. Niektóre zwroty stosowane w matematyce (w definiowaniu obiektów matematycznych lub w formułowaniu czy dowodzeniu twierdzeń) mogą brzmieć jak pleonazmy, na przykład „dokładnie jeden element”, „jeden i tylko jeden element”, „wtedy i tylko wtedy, gdy...”. Warto powtórzyć za S. Turnauem (1990, s. 61), że słowny język matematyczny używany jest co najmniej w dwóch typach wypowiedzi:

- 1) dotyczących własności obiektów matematycznych lub relacji między nimi;
- 2) dotyczących własności wyrażeń języka matematycznego oraz związków logicznych między nimi.

Oprócz symboliki i słów ważną rolę w języku matematycznym odgrywają rysunki⁴. Pod tym pojęciem można rozumieć zarówno rysunki geometryczne, jak również grafy, tabele, schematy czy wykresy funkcji. Zalicza się je do elementów języka, gdyż ich istotną rolą jest przekaz informacji.

W trakcie kształcenia matematycznego należy zachować pewne optimum precyzji stosowanego języka. Z jednej strony w staraniach o precyzję łatwo przekroczyć rozsądne granice: język zbyt precyzyjny i czysty logicznie staje się dla studenta (ucznia) niezrozumiały⁵. Z drugiej strony – zgodnie z celami edukacyjnymi – należy dążyć do ulepszania używanych form języka matematyki szkolnej. Ma to znaczenie w możliwie najbardziej operatywnym sposobie wyrażania treści matematycznych na poziomie ucznia czy studenta. Już nawet częściowa formalizacja języka sprzyja uświadomieniu sobie przez studenta podstawowych reguł wnioskowania oraz wprowadzeniu go w metodę matematyczną. Ponadto biegłość w posługiwaniu się językiem formalnym pozwoli studentowi przygotować się do rozumienia innych konwencji, z którymi może się spotkać w trakcie dalszej nauki (na przykład podczas studiowania ekonomii).

²Ten aspekt zapisu symbolicznego, wbrew powszechnie przyjętym opiniom, ma najmniejsze znaczenie w nauczaniu; zwraca na to uwagę S. Turnau (1990, s. 58).

³Na *operatywny* charakter symboli matematycznych zwracają uwagę Z. Krygowska (1977, s. 30) oraz S. Turnau (1990, s. 61). Turnau postrzega tę operatywność jako możliwość tworzenia algorytmów symbolicznych, mechanicznie rozwiązujących szerokie klasy zadań.

⁴S. Turnau (1990, s. 64) nazywa je składnikami *niewerbalnymi* języka matematycznego.

⁵Na ten fakt psychologiczny (który z punktu widzenia logiki może wydawać się paradoksem) zwraca uwagę m.in. Z. Krygowska (1977, s. 78).

Znamienne jest zdanie, jakie wypowiedział L.A. Steen (1983, s. 19) na temat posługiwania się językiem matematycznym: „bez umiejętności czytania matematyki napisanej w języku algebry, analizy i topologii jest się dziś analfabetą matematycznym”.

3. Tekst matematyczny i problemy z jego rozumieniem

Tekst matematyczny zawarty w podręcznikach akademickich stanowi jedno z ważniejszych źródeł zdobywania wiedzy matematycznej przez studentów – zwłaszcza studiujących w systemie zaocznym, gdzie kształcenie opiera się w głównej mierze na samodzielnej pracy studentów, bądź przy zastosowaniu metody *distance learning*. Bogdan Nowecki (2001, s. 70) zwraca uwagę, że umiejętność korzystania z tekstu matematycznego ma nie tylko znaczenie doraźne – opanowanie określonych wiadomości – ale stanowi jeden z ważnych celów ogólnych nauczania matematyki. Dzięki tej umiejętności student może samodzielnie zdobywać wiedzę matematyczną na dowolnym etapie swojej edukacji czy w trakcie pracy zawodowej, o ile zajdzie taka potrzeba. Umiejętność korzystania z tekstu matematycznego jest jedną z form aktywności matematycznej, bardzo istotną w procesie studiowania, decydującą w dużym stopniu o dojrzałości matematycznej. Również Jan Konior (2002b, s. 288–289) podkreśla, że umiejętność czytania tekstu matematycznego jest umiejętnością wyższego rzędu i można ją uważać za pewien rodzaj „kompetencji, która wraz z upływem wieku szkolnego powinna funkcjonować już wyraźnie w samodzielnym przyswajaniu wiedzy i stać się jednym z wyznaczników osiągniętego poziomu edukacji matematycznej”.

Jednakże studenci napotykają na wiele trudności podczas lektury tekstu matematycznego. Z. Krygowska (1977, s. 15) pisze:

Każdy, kto studiował poważnie matematykę wie, że efektywna lektura matematycznego tekstu wymaga dużego wysiłku, niejednokrotnie twórczego, wymaga bowiem specyficznej współpracy czytelnika z autorem. Przetworzenie treści matematycznej danej przez autora we własną konstrukcję myślową czytelnika jest warunkiem absolutnie koniecznym dla zdobywania na tej drodze operatywnej, użytecznej wiedzy.

Tymczasem przeciętnemu absolwentowi szkoły średniej lektura podręcznika do matematyki bardzo często kojarzy się jedynie z przeczytaniem treści zadań, które należało rozwiązać jako pracę domową. Wielu uczniów w szkole średniej nie wdrażano do samodzielnej pracy z podręcznikiem do matematyki. Nic więc dziwnego, że teraz, mając do dyspozycji podręczniki akademickie, czują się oni całkowicie zagubieni i bezradni. Tekstu matematycznego nie można czytać tak jak fascynującej powieści, siedząc wygodnie w fotelu. Trzeba, jak to określiła Z. Krygowska (2003, s. 159), współpracować z autorem. Korzystanie z informacji przekazywanej przez tekst matematyczny wymaga od uczącego się specyficznej aktywności matematycznej – uzupełniania skrótów, interpretowania definicji przykładami, ilustrowania omawianych

sytuacji rysunkami, tabelami, diagramami, odformalizowania tekstu, odczytania zapisu symbolicznego werbalnie oraz odwrotnie – przekładu języka werbalnego na język symboliczny itp. Jako zasadę należy przyjąć, że praca nad tekstem matematycznym odbywa się z kartką papieru i długopisem w ręku.

Tekst matematyczny charakteryzuje się wieloma specyficznymi cechami odróżniającymi go od innych tekstów. Najważniejsze z nich – wymienione przez J. Konia (2002a, s. 255–264) – to:

- „1) Abstrakcyjna dziedzina przedmiotowa, o której tekst traktuje;
- 2) Autonomiczny język, który nawet na poziomie matematyki elementarnej posiada wiele cech osobliwych;
- 3) Przewaga połączeń typu implikacyjnego nad połączeniami międzyzdaniowymi koniunkcyjnymi, które cechują opisowe lub narracyjne teksty niematematyczne;
- 4) Szczególna rola kwantyfikatorów, choć nie zawsze są one uwydatnione;
- 5) Brak typowych środków ekspresji obecnych w tekstach humanistycznych;
- 6) Stosowanie metod właściwych ze względu na charakter badanych przedmiotów;
- 7) Specyficzna forma redakcyjna”.

Można jeszcze dodać stosowanie zapisu symbolicznego, często różnego u różnych autorów. Wszystkie te czynniki powodują, że tekst matematyczny jest dla większości studentów hermetyczny i pierwsze napotkane trudności bardzo szybko zrażają ich do korzystania z podręczników.

4. Rola akademickich podręczników do matematyki w zdobywaniu wiedzy na studiach ekonomicznych w świetle badań własnych

W latach 2002–2006 przeprowadzono badania⁶ dotyczące użyteczności matematyki jako przedmiotu studiów w kształceniu studentów kierunków ekonomicznych. Osobom badanym zadano między innymi pytanie o rolę podręczników do matematyki w zdobywaniu wiedzy⁷. Badania przeprowadzono dwuetapowo:

- pierwszy z nich dotyczył absolwentów uczelni ekonomicznych (różnych typów i specjalności), którzy pracowali na stanowiskach związanych z uzyskanym wykształceniem;
- drugi dotyczył studentów kierunku „zarządzanie” studiujących w Małopolskiej Wyższej Szkole Ekonomicznej w Tarnowie.

⁶ Były to badania przeprowadzone przez autorkę w ramach przygotowywania rozprawy doktorskiej *Dobór podstawowych treści i metod matematycznych z zakresu analizy matematycznej, użytecznych w kształceniu studentów kierunków ekonomicznych*.

⁷ Dokładne brzmienie pytania: „Czy akademickie podręczniki do matematyki ułatwiały Panu(i) zdobywanie wiedzy?”. Dodatkowo zamieszczono prośbę o krótkie uzasadnienie stanowiska.

W pierwszej grupie ponad 42% badanych osób uznało, że podręczniki do matematyki nie ułatwiały im nauki. W uzasadnieniu osoby te podały, że podręczniki zawierały zbyt dużo teorii, a mało przykładów, że były pisane zbyt trudnym językiem, nie zawierały wyjaśnień. Jedna z osób poinformowała, że „nie było praktycznie żadnych podręczników”, podczas gdy oferta wydawnicza w tym zakresie jest bardzo bogata. Jednocześnie prawie 56% badanych uważało, iż podręczniki do matematyki były pomocne w zdobywaniu wiedzy. Osoby te zaznaczyły przy tym, że to dzięki podręcznikom do matematyki mogły uzupełnić brakujące wiadomości (te braki były spowodowane, według nich, długą przerwą w nauce bądź po prostu zaniedbaniami z okresu szkoły średniej). Większość tych osób nadmieniła, że podręcznik mógł być jedynie uzupełnieniem zajęć i notatek. Bezpośredni kontakt z wykładowcą, wyjaśnienia udzielane na wykładach i ćwiczeniach były warunkiem niezbędnym do lektury tekstu w podręczniku. Jedna czwarta badanych absolwentów wyraźnie stwierdziła, że w czasie studiów nie korzystała z żadnych podręczników do matematyki. W rzeczywistości odsetek ten był zapewne wyższy, gdyż z wypowiedzi kilku osób wynikało, iż pod pojęciem „podręcznik akademicki” miały na myśli zbiór zadań. Jedynie 3,8% badanych osób podało, że podręcznik do matematyki był przez nie wykorzystywany w okresie późniejszym, kiedy nastąpiła konieczność samodzielnego przypomnienia sobie zapomnianych już wiadomości bądź poszerzenia wiedzy matematycznej w związku z potrzebą zastosowania jej w problematyce ekonomicznej.

W drugiej badanej grupie – wśród studentów – odpowiedzi na analogiczne pytanie były dość zbliżone. W opinii 53,6% badanych studentów akademickie podręczniki do matematyki ułatwiały zdobywanie wiedzy, ale ponad 23% tej grupy wyraźnie zaznaczyło, że dotyczy to zbiorów zadań z rozwiązaniami i omówionymi przykładami. Z zamieszczonych komentarzy można wnioskować, że dalszych kilka osób miało również na myśli jedynie zbiory zadań. Odmiennego zdania było ponad 41% badanych. W tej liczbie aż 60% (co stanowi prawie 25% wszystkich badanych) otwarcie przyznało, że nie korzystało z żadnych podręczników do matematyki. W rzeczywistości odsetek ten jest zapewne nieco wyższy, gdyż kilka osób nie udzieliło na to pytanie odpowiedzi. Wśród komentarzy osób niezadowolonych z podręczników można było między innymi znaleźć następujące wypowiedzi: „zagadnienia nie są dość jasno wyjaśniane”, „bardzo ciężko napisane”, „wyjaśnienia i rozwiązania są niezrozumiałe”. Znamienne jest, że w obu grupach prawie 25% badanych wyraźnie przyznało się do unikania lektury podręczników do matematyki, a można domniemywać, iż odsetek ten jest znacznie wyższy.

5. Koncepcje konstrukcji podręczników do matematyki wykorzystywanych na studiach ekonomicznych

Na rynku wydawniczym znajduje się bardzo bogata oferta akademickich podręczników do matematyki przeznaczonych dla studentów studiów ekonomicznych.

Warto również zaznaczyć, że na studiach ekonomicznych wykorzystuje się niejednokrotnie monografie, które kierowane są do studentów kierunków matematycznych bądź politechnicznych. Tak duża liczba książek daje sporo możliwości wyboru, ale i stwarza pewne problemy. Należy się zastanowić, na czym polegają różnice w koncepcjach konstrukcji tych podręczników; o fakcie istnienia tych różnic zdaje się bowiem świadczyć wielkość oferty wydawniczej.

Józefa Czugała, Anna Sieczko oraz Barbara Szal (2006, s. 129–130) w swoich badaniach dokonały przeglądu dostępnych na rynku podręczników akademickich z matematyki, przeznaczonych dla studentów kierunków ekonomicznych⁸. Po wnikliwej analizie doboru i układu treści, poziomu formalizacji i ścisłości języka matematycznego, sposobu wprowadzania pojęć, a także prezentowania zastosowań matematyki w ekonomii autorki dokonały podziału ogółu dostępnych na rynku podręczników na trzy grupy:

I) Podręczniki typu M – typowe dla matematyki jako nauki; są one w zasadzie adresowane do studiujących na kierunku „matematyka”. Samodzielne korzystanie z tego typu książek, ze względu na wysoki stopień abstrakcji wprowadzanych pojęć, symbolikę oraz bardzo formalny wykład, wymaga od studenta:

- 1) bardzo dobrej znajomości podstaw, teorii i metod matematyki – wykraczających zazwyczaj poza zakres wiedzy określony przez standardy kształcenia matematycznego na poziomie szkół średnich;
- 2) sprawnego czytania i analizowania tekstu zapisanego w formalnym języku matematycznym;
- 3) samodzielnego przyswojenia sobie i zrozumienia nowych treści o wysokim stopniu ogólności i abstrakcji;
- 4) umiejętności stosowania poznanych pojęć matematycznych, metod i algorytmów w dziedzinach wiedzy związanych z ekonomią.

W podręcznikach tego typu położono nacisk na matematykę „czystą”; brak jest zastosowań wprowadzonych wiadomości w zagadnieniach ekonomicznych (mimo zapowiedzi zawartych w tytule podręcznika), a możliwości wykorzystania wiedzy matematycznej w ekonomii są zasygnalizowane niejako na marginesie rozważań matematycznych.

II) Podręczniki typu ME – posiadają dobór treści oraz sposób ich wprowadzania charakterystyczny dla matematyki jako nauki, w odróżnieniu od podręczników typu M treści matematyczne są jednak ilustrowane przykładami z ekonomii (choć w wielu przypadkach trudno mówić o zastosowaniach matematyki w ekonomii). Korzystanie z podręczników tego typu wymaga od studentów aktywności i umiejętności wymienionych powyżej w punktach 1–3. Przykłady wykorzystania metod matematycznych w sytuacjach ekonomicznych sprzyjają (zazwyczaj jednak w niepełnym zakresie) wyrobieniu specyficznych umiejętności stosowania matematyki.

⁸ Są to pozycje polskojęzyczne zawierające w tytule lub jego rozszerzeniu wyraźne odniesienie do studiowania ekonomii.

III) Podręczniki typu E – punktem wyjścia do wprowadzenia pojęcia matematycznego lub metody postępowania (algorytmu) jest pewna sytuacja ekonomiczna, zwykle wstępnie uproszczona. Otrzymany w ten sposób model matematyczny jest badany i teoretycznie uogólniany. Samodzielne posługiwanie się tego typu podręcznikiem wymaga od studentów w pierwszej kolejności znajomości podstaw nauki, w której osadzona jest sytuacja wyjściowa (np. podstaw ekonomii), a w dalszej kolejności zrozumienia wprowadzanego pojęcia matematycznego (definicji, twierdzenia, algorytmu) oraz umiejętności dostrzegania możliwości jego zastosowań.

Różnice między przedstawionymi typami podręczników dotyczą głównie miejsca ekonomii, a w przypadku niektórych podręczników typu M – wręcz braku tego miejsca, w fazie tworzenia pojęć i rozwijania teorii. Podobne, jak przedstawione powyżej, koncepcje konstrukcji można zauważyć w niektórych podręcznikach obcojęzycznych do matematyki (na przykładzie kilku podręczników wydanych w Anglii i Niemczech: Archibald, Lipsey, 1989; Hoy i in., 2001; Jacques, 2003; Soper, 1999; Tietze, 2003). Znamienne jest to, że student może w tych podręcznikach znaleźć przedstawione nie tylko skomplikowane modele matematyczne sytuacji ekonomicznych i zaawansowane metody matematyczne, ale także informacje dotyczące elementarnej wiedzy z tej dziedziny, na przykład działania na ułamkach, obliczenia procentowe, wiadomości dotyczące funkcji elementarnych (funkcji liniowej, kwadratowej, wykładniczej) oraz ich wykresów, rozwiązywanie równań i nierówności liniowych czy kwadratowych. Może na podstawie szczegółowo wyjaśnionych przykładów uzupełnić braki w swojej wiedzy matematycznej, do których niejednokrotnie wstydziłby się przyznać. Jednocześnie język matematyczny stosowany w wymienionych podręcznikach cechuje się minimalnym formalizmem. Tak zredagowany podręcznik może stanowić dla studentów prawdziwą pomoc. W polskich podręcznikach akademickich student spotka się z mniej lub bardziej formalnie wprowadzoną matematyką wyższą; autorzy zakładają wysokie kompetencje matematyczne czytelników (nie zawsze zgodne z rzeczywistością), co może stanowić barierę w korzystaniu z tych pomocy naukowych.

7. Podsumowanie

Organizując proces nauczania matematyki na uczelniach ekonomicznych, należałoby zadać sobie kilka pytań:

- Czy warto na tym etapie kształcenia wdrażać studentów (o ile nie byli do tego wcześniej przygotowani) do pracy z tekstem matematycznym?
- Jakimi kryteriami kierować się przy doborze proponowanej literatury obowiązkowej i uzupełniającej?
- W jaki sposób motywować studentów do korzystania z podręczników do matematyki?

Myślę, że nie trzeba nikogo przekonywać, że odpowiedź na pierwsze z pytań powinna być twierdząca, chociaż dla wykładowców nie będzie to proste zadanie, zwłaszcza gdy dysponuje się niewielką liczbą godzin przeznaczoną na realizację programu. Matematyk, prowadząc zajęcia ze studentami, staje przed trudnym wyzwaniem:

1. Z jednej strony przy ograniczonej liczbie godzin przeznaczonych na realizację programu, mając na uwadze konieczność ukierunkowania nauczania matematyki na zastosowania i interpretacje w ekonomii, zmuszony jest do przekazania studentom jedynie niezbędnej teorii. W związku z tym powinien ograniczyć do minimum formalizm zapisów i wypowiedzi, dzięki czemu przekazywane studentom informacje nie będą dla nich tak hermetyczne.
2. Z drugiej strony powinien dbać o ścisłość języka matematycznego, jasne i precyzyjne przekazywanie treści matematycznych, zwracać uwagę na niezbędne założenia, a także ich spełnianie w przypadku wykorzystania metod matematycznych do analizy modeli ekonomicznych.

W odpowiedzi na drugie z pytań należy zauważyć, że wykładowca – wybierając podręcznik – powinien rozstrzygnąć, na ile koncepcja konstrukcji podręcznika jest zgodna z preferowaną przez niego koncepcją kształcenia matematycznego. Jednocześnie, zalecając studentom podręcznik, wykładowca powinien kierować się kryterium przystępności wprowadzanych w nim pojęć czy metod matematycznych. Zbyt formalny, symboliczny język, brak omówionych przykładów, wysoki stopień abstrakcyjności wprowadzanych pojęć mogą – w świetle przedstawionych wcześniej trudności w pracy z tekstem matematycznym – spowodować, że podręcznik zamiast stanowić pomoc dla studenta (obecnie, w trakcie studiów, czy później – w trakcie samodzielnego doksztalcania się), stanie się kolejną barierą utrudniającą kształcenie matematyczne. Należałoby również mieć na uwadze indywidualne preferencje i potrzeby studentów. W związku z tym można zaproponować (przynajmniej w literaturze uzupełniającej) kilka pozycji różniących się stopniem trudności i koncepcją wprowadzania pojęć matematycznych. Nie można również zapomnieć o studentach, którzy w czasie nauki w szkole średniej mieli problemy z matematyką (bądź mają dużą przerwę w nauce i zdążyli pewne wiadomości zapomnieć) – należy zaproponować im podręcznik, który przypomina pojęcia oraz metody niezbędne w dalszym kształceniu.

Odpowiedź na trzecie z pytań można znaleźć w rozważaniach J. Koniora (2002b, s. 288–289). Przedstawia on argumenty świadczące o konieczności wdrażania uczniów, a tym bardziej studentów, do pracy z podręcznikiem matematycznym. Jednym z tych argumentów – który można wyraźnie zaadresować do studentów – jest stwierdzenie, iż umiejętność czytania tekstów matematycznych stanowi „element życiowego wyposażenia współczesnego człowieka, przede wszystkim jako czynnik warunkujący powodzenie w przyszłym samokształceniu”. J. Konior zwraca uwagę, że sporą część dorosłej populacji czeka w przyszłości konieczność podnoszenia kwalifikacji czy zmiany zawodu. Być może będzie się to wiązało z koniecznością przypo-

mnienia sobie wiadomości matematycznych poznanych na studiach lub poszerzenia wiedzy matematycznej – tym razem samodzielnie, bez pomocy nauczyciela. Warto zatem w czasie studiów zdobyć umiejętność pracy z podręcznikiem do matematyki, kiedy można na taką pomoc liczyć. Ponadto umiejętność czytania tekstu matematycznego jest przydatna w odniesieniu do szerokiej klasy tekstów, nazywanych *tekstami typu matematycznego*, które mają wiele cech redakcyjnych, kompozycyjnych i strukturalnych podobnych do tekstów matematycznych. Nawet takie sytuacje, jak na przykład wypełnienie zeznania podatkowego, przestudiowanie wskaźników giełdowych zamieszczonych w prasie lub Internecie, zaciągnięcie kredytu bankowego, przeczytanie instrukcji działania zakupionego urządzenia czy stosowania przepisów prawnych, wymagają elementarnych umiejętności czytania tekstów typu matematycznego.

Moim zdaniem warto zapoznać studentów z zestawem heurystycznych reguł sformułowanych przez J. Koniora (2002c, s. 321–322), które mogą ułatwić studentom samodzielną pracę z podręcznikiem do matematyki oraz rozumienie czytanego tekstu:

- „1) Rozpocznij od rozeznania, jaki rodzaj tekstu matematycznego masz przed sobą; ta informacja będzie potrzebna z różnych powodów, m.in. z tego, że inaczej czyta się definicję, a inaczej twierdzenie, przykład czy luźny komentarz włączony do tekstu.
- 2) Nie rozpoczynaj pracy od analizy szczegółów i systematycznego studium; pozostawiając rozpracowanie detali do następnej fazy lektury, prześledź najpierw tekst dla zorientowania się, o co w nim chodzi (faza czytania wstępnego, pobieżnego).
- 3) Na zakończenie fazy wstępnej staraj się orientacyjnie ułokować problematykę tekstu w swym własnym obszarze wiedzy (czy coś wiem na ten temat?, co?).
- 4) Zdecyduj, gdzie powinieneś sięgnąć – gdy trzeba – aby sobie przypomnieć rzeczy konieczne (zeszyt, inna książka, wcześniejszy odcinek tego samego tekstu...).
- 5) Rozpocznij właściwą fazę lektury; teraz będziesz studiował detale.
- 6) Większość kroków w pracy nad tekstem autor pozostawił czytelnikowi; nie możesz ich nie wykonać.
- 7) W związku z poprzednim wskazaniem powinieneś pracować z kartką papieru i ołówkiem w rękę: wykonywać rachunki (konieczne, ale pominięte, dodatkowe), sporządzić szkice, wyróżnić przypadki, sprawdzić kroki autora – nie dla jego kontroli, ale dla własnego zrozumienia.
- 8) Jeżeli jakiś krok okaże się szczególnie trudny i nie możesz w pełni sprostać bieżącemu zadaniu, przejdź do następnego ogniwa; taktyka „odkładania rozumienia” – stosowana racjonalnie – daje czasem rezultaty, pominięte ogniwo wyjaśni się przez kontekst pozostałych.
- 9) Pamiętaj, że po właściwej fazie lektury powinna nastąpić synteza. Wróć zatem do początku, uporządkuj szczegóły i na powrót zaniedbaj mniej istotne drobiazgi. Spójrz na całość, wyodrębni w niej główne momenty, staraj się objąć jed-

nym aktem myśli to, co z niemałym trudem przeczytałeś wcześniej; dokonasz tego właśnie teraz, gdyż tamte progi masz już poza sobą.

- 10) Rzuć okiem wstecz na swoje zachowanie w czasie lektury i wyciągnij wnioski ze sposobu pracy nad tekstem (co mi pomogło, kiedy błędziłem, co warto powielić, a co wyeliminować); wypracujesz wtedy najlepsze, bo własne reguły czytania”.

Bibliografia

- Archibald G.C., Lipsey R.G. 1989. *An Introduction to a Mathematical Treatment of Economics*. London: Weidenfeld and Nicolson.
- Czugała J., Sieczko A., Szal B. 2006. *Koncepcje podręczników akademickich do matematyki dla studentów studiów ekonomicznych*. W: Treliński G. (red. nauk.). *Edukacja matematyczna na studiach ekonomicznych*. Kielce: Wyższa Szkoła Ekonomii i Administracji, s. 127–143. ISBN 83-60056-06-4.
- Hoy M. i in. 2001. *Mathematics for Economics*. London: The MIT Press.
- Jacques I. 2003. *Mathematics for Economics and Business*. Essex: Financial Times Prentice Hall.
- Konior J. 2002a. *Budowa i lektura tekstu matematycznego. Podstawy nauki czytania tekstów matematycznych w szkole*. (Przedruk z: Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego w Katowicach, Katowice 1998). W: J. Żabowski (red.). *Materiały do studiowania dydaktyki matematyki. Cz. 4. Prace prof. dr. hab. Jana Koniora*. Płock: Szkoła Wyższa im. Pawła Włodkowica, s. 255–286. ISBN 83-88193-54-6.
- Konior J. 2002b. *Dlaczego uczyć czytania i redagowania tekstów matematycznych*. (Przedruk z: „Nauczyciele i Matematyka”, 1998, nr 26). W: Żabowski J. (red.). *Materiały do studiowania dydaktyki matematyki. Cz. 4. Prace prof. dr. hab. Jana Koniora*. Płock: Szkoła Wyższa im. Pawła Włodkowica, s. 287–291. ISBN 83-88193-54-6.
- Konior J. 2002c. *Praca ucznia z tekstem matematycznym w świetle realizacji celów zreformowanego nauczania*. (Przedruk z: „Matematyka”, 2000, nr 6). W: Żabowski J. (red.). *Materiały do studiowania dydaktyki matematyki. Cz. 4. Prace prof. dr. hab. Jana Koniora*. Płock: Szkoła Wyższa im. Pawła Włodkowica, s. 315–325. ISBN 83-88193-54-6.
- Krygowska Z. 1977. *Zarys dydaktyki matematyki. Cz. 2*. Warszawa: WSiP.
- Krygowska Z. 2003. *Główne problemy i kierunki badań współczesnej dydaktyki matematyki*. (Przedruk z: „Dydaktyka Matematyki”, 1981, nr 1). W: Żabowski J. (red.). *Materiały do studiowania dydaktyki matematyki. T. 1. Prace prof. dr. Anny Zofii Krygowskiej*. Płock: Szkoła Wyższa im. Pawła Włodkowica, s. 127–176. ISBN 83-88193-87-2.
- Nowecki B. 2001. *Lektura tekstu matematycznego na przykładzie zadań*. (Przedruk z: „Oświata i Wychowanie”, wersja B 15, „Dydaktyka Matematyki”, 1984 [535]). W: Żabowski J. (red.). *Materiały do studiowania dydaktyki matematyki. T. 2. Prace prof. dr. hab. Bogdana J. Noweckiego*. Płock: Szkoła Wyższa im. Pawła Włodkowica, s. 71–79. ISBN 83-88193-30-9.
- Soper J. 1999. *Mathematics for Economics and Business*. Oxford: Blackwell.
- Steen L.A. 1983. *Matematyka dzisiaj*. W: Steen L.A. (red.). *Matematyka współczesna – dwanaście esejów*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowo-Techniczne.
- Tietze J. 2003. *Übungsbuch zur angewandten Wirtschaftsmathematik*. Wiesbaden: Vieweg Verlag.
- Turnau S. 1990. *Wykłady o nauczaniu matematyki*. Warszawa: PWN. ISBN 83-01-09520-2.

The specific nature of mathematic texts and their reading

Abstract: This study was developed in reference to the ongoing discussions in the academic environment, concerning the unwillingness of students to benefit from academic textbooks. It called for attention to a more detailed issue: to the problems in the use by the students of business studies (including the *Faculty of Management*) of academic textbooks for mathematics. These problems are largely caused by factors unrelated to the students. The mathematical language is characterised by a specific features: symbols, formal writing, phrases different than in everyday language, the use of drawings (graphs), which should be interpreted. A student who at an earlier stage of training was not prepared to use the mathematical texts, encounters a barrier at this stage of education - perceives this type of texts as a hermetic, hard to understand.

In the initial part of the article, based on the literature in the field of didactics of mathematics, what is the specifics of mathematical language, and what features distinguish a mathematical text from other texts has been discussed. The reading of mathematical text requires from the readers special mathematical activity, which was signalled at this point. In the further part of the studies, the results of research concerning the role of textbooks for mathematics in the process of education of economic studies have been presented. Also a classification of textbooks for mathematics for students of economics available for publishing on the market, in terms of their design concepts have also been presented. The final section contains conclusions, which also formulate a response to earlier questions. The reflections are supplemented by a list of heuristic rules that can help students working with mathematical text.

Key words: mathematical language, mathematical education, reading mathematical text, teaching mathematics
