

JANUSZ MORAJDA*

Neuronowe prognozowanie szeregów czasowych metodą przesuwanego okna danych

Słowa kluczowe: szeregi czasowe, sieci neuronowe, prognozowanie

Streszczenie: W artykule zaprezentowano opartą na sieciach neuronowych metodę analizy i prognozowania szeregów czasowych, wykorzystującą technikę przesuwanego okna danych. Przedstawiono badania zastosowania tej metody dla szeregu czasowego cen detalicznych benzyny w USA. Dokonano oceny efektywności metody oraz porównano ją z wybranymi klasycznymi narzędziami analizy szeregów czasowych.

1. Wprowadzenie do tematyki modelowania szeregów czasowych

Szeregi czasowe są uporządkowanymi chronologicznie ciągami informacji. Są obserwowalnym efektem funkcjonowania wszelkiego rodzaju systemów, m.in. systemów ekonomicznych. Modelowanie szeregów czasowych, stanowiące ważny obszar działalności badawczej człowieka, stosowane jest w celu opisu sposobu generowania obserwacji, przewidywania przyszłych wartości szeregu, a także optymalnego sterowania systemami. Szeregi czasowe mogą być dyskretne lub ciągłe w czasie. Szeregi czasowe mogą być liniowe (są to szeregi typu ARIMA) oraz nieliniowe (opisywane za pomocą modeli GARCH), uwzględniające niejednorodność (ang. *heteroscedasticity*) składnika losowego (Chow, 1995; Witkowska 2005).

Do modelowania liniowych szeregów czasowych wykorzystuje się metodologię ARIMA, zapoczątkowaną przez Boxa i Jenkinsa (1983). Aby zilustrować

* Dr inż. Janusz Morajda jest zatrudniony w Katedrze Informatyki Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, 31-510 Kraków, ul. Rakowicka 27.

identyfikację modelu liniowego, rozważmy ogólny model ARIMA(p, d, q) dla szeregu czasowego z_t :

$$\phi_p(B)(1-B)^d z_t = \theta_0 + \theta_q(B)a_t \quad (1)$$

gdzie: $\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p$, $\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q$ przy czym $Bz_t = z_{t-1}$, B jest operatorem przesunięcia (ang. *backspace operator*), zaś a_t jest białym szumem (ang. *white noise, error term*).

Identyfikacja modelu obejmuje wyznaczenie optymalnej wielkości próbki, wyznaczenie właściwych wielkości parametrów p , d (rząd różnicowania) oraz q , ustalenie rodzaju transformacji stabilizującej wariancję oraz podjęcie decyzji odnośnie włączenia stałej θ_0 (gdy $d \geq 1$) do modelu.

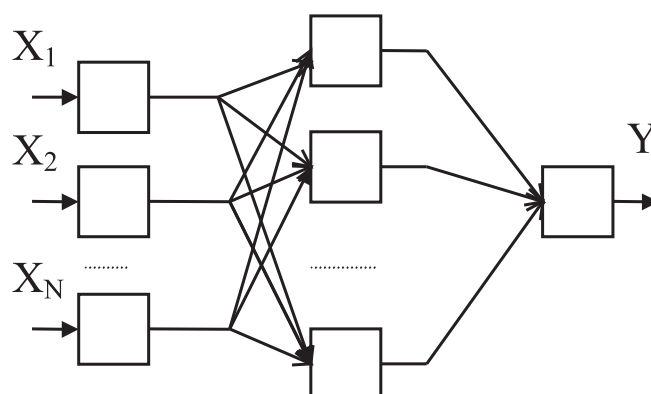
Wiele szeregów czasowych wykazuje zmienność wariancji w czasie. Najprostszym modelem uwzględniającym niestałość wariancji w czasie jest model ARCH(1). Jego uogólnieniem jest ARCH(q), w którym wariancja warunkowa zależy od q opóźnionych kwadratów residuów. Stosowanie ARCH(q) napotyka problemy, bo zazwyczaj q nie powinno być zbyt małe. Wiąże się z tym konieczność uwzględniania restrykcji, jak np. nieujemności parametrów czy ich stacjonarności. Metodą uniknięcia tych trudności jest zastosowanie uogólnionego modelu GARCH (p, q). Stosowane są również inne wersje tego typu modeli, jak EGARCH, TGARCH czy model Głostena. Modele te pozwalają uwzględniać asymetrię informacji (Chow, 1995).

Wymienione wyżej metody modelowania szeregów czasowych, oparte na modelach formalnych, stanowią podejście parametryczne polegające na przyjęciu *a priori* postaci funkcyjnej modelu, a następnie na estymacji jego parametrów. Alternatywnym podejściem w problematyce modelowania szeregów czasowych jest metodologia oparta na sieciach neuronowych (SN). Stanowi ona podejście nieparametryczne, a więc nie wymagające wcześniejszego przyjęcia założeń dotyczących rodzaju modelu, jego postać jest niejako samoczynnie kształtowana w procesie uczenia sieci neuronowej. Zagadnienie to jest przedstawione w kolejnej sekcji.

2. Sieci neuronowe w prognozowaniu szeregów czasowych

Sieci neuronowe (właściwie: sztuczne sieci neuronowe) są to programy komputerowe lub moduły elektroniczne naśladujące funkcjonowanie biologicznych struktur komórek nerwowych w mózgu wraz z ich naturalnymi właściwościami, takimi jak zdolność zdobywania wiedzy (uczenia), a następnie wykorzystania zdobytej wiedzy do realizacji określonych celów. Problematyka konstrukcji, uczenia i zastosowania sieci neuronowych stanowi współcześnie dynamicznie rozwijającą się dziedzinę analizy danych, w tym również danych ekonomicznych.

Model oparty na sieci neuronowej obejmuje zestaw zmiennych wejściowych (objaśniających), zbiór zmiennych wyjściowych (objaśnianych) – z reguły jest to jedna zmienna, oraz samą sieć stanowiącą zespół połączonych ze sobą (zwykle warstwowo) elementów – sztucznych neuronów (rys. 1). Każde z takich połączeń charakteryzuje się dostrajaniem w procesie uczenia parametrem zwanym wagą.



X_1, X_2, \dots, X_n oznaczają zmienne wejściowe, Y – zmienną wyjściową. Linie ciągłe ze strzałkami symbolizują połączenia pomiędzy elementami (neuronami) sieci

Rys. 1. Schemat typowej warstwowej sieci neuronowej

Źródło: opracowanie własne.

Generalnie istota efektywnego funkcjonowania SN polega na jej wcześniejszym „nauczeniu”, przy wykorzystaniu odpowiedniego zbioru danych związanych z analizowanym zagadnieniem, zawartych w tzw. ciągu uczącym. Wiedza (np. o określonych zależnościach występujących na rynku finansowym) nie jest tu przekazywana sieci *a priori* (jak to ma miejsce np. w przypadku konstrukcji systemów ekspertowych), ale w trakcie iteracyjnego procesu uczenia, polegającego na wielokrotnej prezentacji poszczególnych wzorców wchodzących w skład ciągu uczącego (Morajda, 2005). W wyniku tego procesu następuje „dostrojanie” dużej liczby adaptowalnych parametrów sieci – wag połączeń pomiędzy jej poszczególnymi komórkami – w taki sposób, że sieć potrafi prawidłowo reagować na wzorce, których się „nauczyła”, oraz – co więcej – na inne wzorce, które nie występowały podczas fazy uczenia. Zwrócić należy tu uwagę na istotne podobieństwo tego procesu do uczenia się i gromadzenia doświadczeń przez człowieka, a następnie wpływu nabytej wiedzy na podejmowane decyzje.

Poprawnie skonstruowana i nauczona sieć, przechowująca określoną wiedzę w postaci odpowiednio dostrojonych współczynników wag połączeń neuronowych, może być następnie wykorzystywana do generowania właściwych prognoz lub do sugerowania poprawnych reakcji na aktualne dane pochodzące z analizowanego systemu (np. rynku finansowego).

Problematyka sieci neuronowych i ich zastosowań została rozwinięta w bogatej literaturze (np. Azoff, 1994; Haykin, 1994; Hertz i in. 1993; Lula, 1999; Morajda, 2000; Morajda, 2003; Morajda, 2005; Osowski, 1996; Rutkowska i in., 1997; Tadeusiewicz, 1993; Zieliński, 2000). Metody wywodzące się z tego obszaru mogą okazać się szczególnie przydatne w analizie problemów, w których istnieją trudne do zidentyfikowania, nieliniowe relacje pomiędzy zmiennymi w analizowanym systemie ekonomicznym, lub gdy posiadamy niewielką wiedzę aprioryczną dotyczącą badanego obiektu (a więc istnieją trudności w skonstruowaniu odpowiedniego modelu matematycznego), ale dysponujemy odpowiednią ilością danych mogących posłużyć do uczenia sieci. Tego typu zagadnienia, w których efektywność sieci neuronowych została teoretycznie i empirycznie potwierdzona (Azoff, 1994; Lula, 1999; Morajda, 2000; Morajda, 2003; Morajda, 2005; Zieliński, 2000), często pojawiają się w różnych dziedzinach ekonomii i zarządzania, np. w prognozowaniu rynków finansowych, marketingu, szacowaniu ryzyka kredytowego, szacowaniu wartości nieruchomości itp. Jednym z ważniejszych zastosowań sieci neuronowych jest także modelowanie i prognozowanie szeregów czasowych (Azoff, 1994; Morajda, 2000; Morajda, 2005).

Jednym z zasadniczych dylematów w procesie prognozowania szeregów czasowych z wykorzystaniem sieci neuronowych jest wybór zmiennych wejściowych X_1, X_2, \dots, X_n . Często zmienne te są wynikiem transformacji (operacjonalizacji) przeszłych wartości szeregu. Jako zmienne wejściowe stosuje się m.in. takie wielkości, jak:

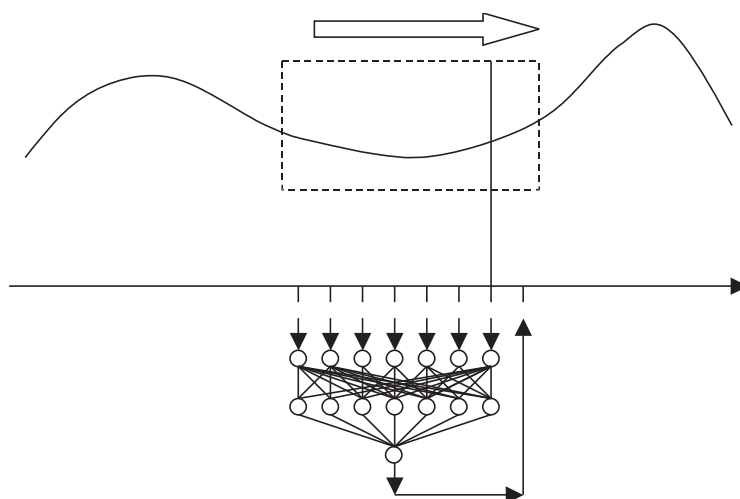
- różnice dwóch kolejnych wartości szeregu czasowego,
- względne zmiany wartości szeregu,
- logarytmiczne zmiany wartości szeregu,
- wartości wybranych średnich ruchomych,
- różnice wartości dwóch wybranych średnich ruchomych.

Transformacje tego typu stosuje się zwłaszcza podczas modelowania finansowych szeregów czasowych, reprezentujących np. kursy akcji lub walut (Azoff, 1994).

Klasyczne, a jednocześnie często wysoce efektywne podejście w procesie neuronowego modelowania szeregów czasowych polega na zastosowaniu techniki tzw. przesuwanego okna danych dla oryginalnych, nieprzetworzonych wartości szeregu. Idea tej techniki zaprezentowana została na rys. 2 i pokrótce omówiona poniżej.

Pierwszym krokiem jest ustalenie szerokości okna danych wejściowych n – jest to jednocześnie liczba zmiennych wejściowych dla sieci neuronowej. Ustala się również szerokość okna danych wyjściowych m (liczbę zmiennych wyjściowych), która może być większa od 1, w praktyce jednak (i w dalszych rozwiązaniach) przyjmuje się $m = 1$. Oznacza to, iż zakłada się jedną zmienną wyjściową stanowiącą prognozę kolejnej, najbliższej wartości szeregu czasowego.

W celu wygenerowania zbioru danych służących do konstrukcji i oceny modelu neuronowego dla szeregu czasowego (podczas uczenia sieci zbiór ten jest dzielony na rozłączne podzbiory: uczący, walidacyjny i testowy (Haykin, 1994; Morajda, 2003; Zieliński, 2000)), stykające się ze sobą (rys. 2) okna danych wejściowych i wyjściowych zostają umieszczone najpierw na początku szeregu. Wartości szeregu objęte oknem danych wejściowych generują wektor wejściowy wchodzący w skład pierwszego wzorca z całego zbioru danych, analogicznie wartości szeregu z okna danych wyjściowych formują dla tego wzorca odpowiedni wektor (dla $m = 1$ jest to skalar) pożądaných wartości wyjściowych niezbędnych w procesie nadzorowanego uczenia sieci neuronowej (Hertz i in., 1993).



W przykładzie pokazanym na rysunku szerokość okna wejściowego $n = 7$, zaś wyjściowego: $m = 1$.

Rys. 2. Graficzna wizualizacja techniki przesuwanego okna danych dla sieci neuronowej

Źródło: opracowanie własne.

Następnie całe okno danych jest przesuwane o jeden krok (jeden okres między realizacjami szeregu) do przodu, a odpowiednie dane objęte nowym położeniem okna tworzą kolejny wzorzec umieszczany w zbiorze danych dla uczenia i testowania sieci. Kolejny wzorzec powstaje po następnym przesunięciu okna itd. Wygenerowane w ten sposób wzorce, w fazie uczenia sieci neuronowej, dostarczają do modelu wiedzy dotyczącej niejawnych relacji pomiędzy poprzednimi wartościami szeregu (znajdującymi się w oknie danych wejściowych), a jego kolejną realizacją.

Podczas etapu eksploatacji nauczonej i przetestowanej sieci neuronowej, tzn. w trakcie rzeczywistego procesu prognozowania w oparciu o skonstruowany model neuronowy, okno danych wejściowych umieszcza się na końcu szeregu,

a w skład wektora wartości wejściowych dla sieci wchodzi n jego ostatnich (znanych w bieżącej chwili t_0) realizacji. Po otrzymaniu tych danych sieć generuje prognozę dla kolejnej chwili czasowej. Wygenerowana w ten sposób wielkość stanowi tzw. prognozę jednokrokową (horyzont prognozy wynosi jeden okres między realizacjami szeregu).

W celu otrzymania prognozy wielokrokowej, tzn. przy założeniu, że horyzont prognozy wynosi k momentów realizacji szeregu, gdzie $k > 1$, należy wygenerować k kolejnych prognoz jednokrokowych; jednak w przypadku prognoz dla momentów czasowych 2, 3, ..., k jako dane wejściowe dla sieci neuronowej trzeba już częściowo lub całkowicie wykorzystywać wartości prognoz dla momentów poprzednich (a nie lub nie tylko znane rzeczywiste realizacje szeregu). Powoduje to kumulowanie się błędów kolejnych prognoz jednokrokowych i w efekcie znaczną niedokładność prognozy wielokrokowej, widoczną zwłaszcza dla dużych k .

Przykład wykorzystania omówionej metody pokazano w kolejnej sekcji.

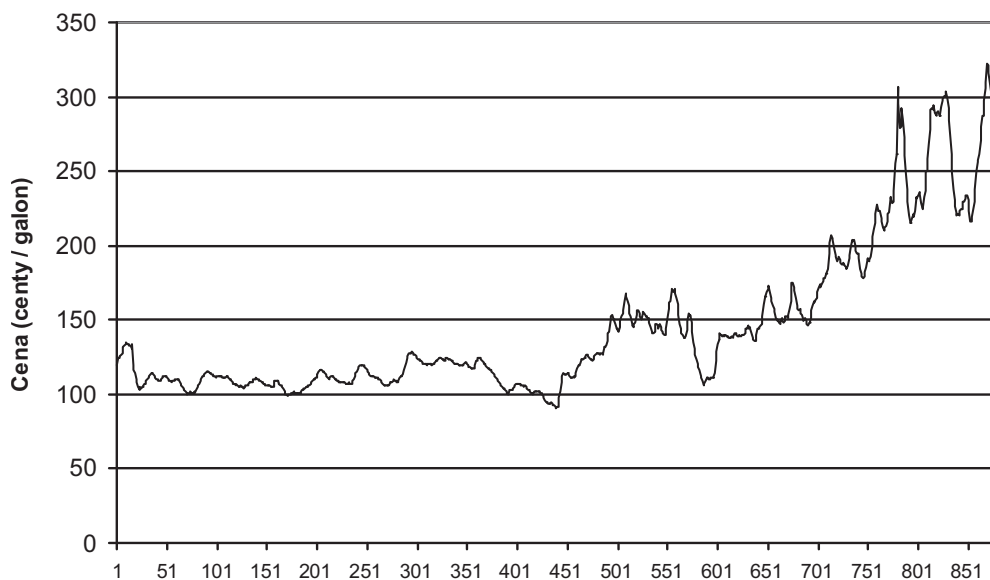
3. Rezultaty badań dla szeregu czasowego cen benzyny

Poniżej zaprezentowano przykład zastosowania opisanej w poprzedniej sekcji metodologii dla szeregu czasowego detalicznych cen benzyny w USA (źródło: www.economagic.com). Szereg obejmuje dane tygodniowe dotyczące siedemnaścieletniego okresu od 20 sierpnia 1990 do 20 sierpnia 2007 roku (882 notowania). Wartości liczbowe szeregu przedstawiają ceny benzyny wyrażone w centach za galon. Przebieg szeregu przedstawiono na rys. 3.

Dla rozważanego szeregu czasowego skonstruowano model neuronowy bazujący na technice przesuwanego okna danych, omówionej w poprzedniej sekcji. W modelu wykorzystano sieć neuronową typu perceptron wielowarstwowy, w którym zastosowano następujące parametry (dobre arbitralnie w oparciu o przesłanki literaturowe i doświadczenie autora; zob. Azoff, 1994; Haykin, 1994; Morajda, 2003; Morajda, 2005; Zieliński, 2000):

- jedna warstwa ukryta posiadająca 4 neurony,
- funkcja aktywacji dla neuronów ukrytych: tangens hiperboliczny,
- losowy dobór wag początkowych z zakresu wartości od $-0,1$ do $0,1$,
- algorytm uczenia sieci metodą wstecznej propagacji błędów (ang. *backpropagation*) z korektą wektora wag po prezentacji każdego kolejnego wzorca z ciągu uczącego.

W pierwszej kolejności zbadano zależność efektywności modelu neuronowego od szerokości wejściowego okna danych n (liczby zmiennych wejściowych zawierających opóźnione wartości szeregu). Jako miary efektywności przyjęto pierwiastek z błędu średniokwadratowego (RMSE) oraz średni błąd bezwzględny



Rys. 3. Szereg tygodniowych wartości średnich cen detalicznych benzyny w USA dla okresu od 20.08.1990 do 20.08.2007

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych z www.economagic.com

(MAE), wyznaczone dla zbioru testowego na podstawie różnic między wartością wzorcową, tzn. rzeczywistą ceną benzyny, a wartością wygenerowaną przez sieć, tzn. jednokrokową prognozą ceny dla kolejnego tygodnia. W zbiorze testowym umieszczono 60 ostatnich obserwacji z rozważanego szeregu. W tabelicy 1 podano uzyskane średnie wyniki (z trzech przypadków obejmujących różne zbiory losowych wag początkowych) dla szerokości okna wejściowego $n = 1, 2, 3, 4, 5$. Do badań wykorzystano program *Neural Connection*.

Tablica 1

Zależność efektywności sieci, wyrażonej wartościami błędów RMSE i MAE, od szerokości okna danych wejściowych n

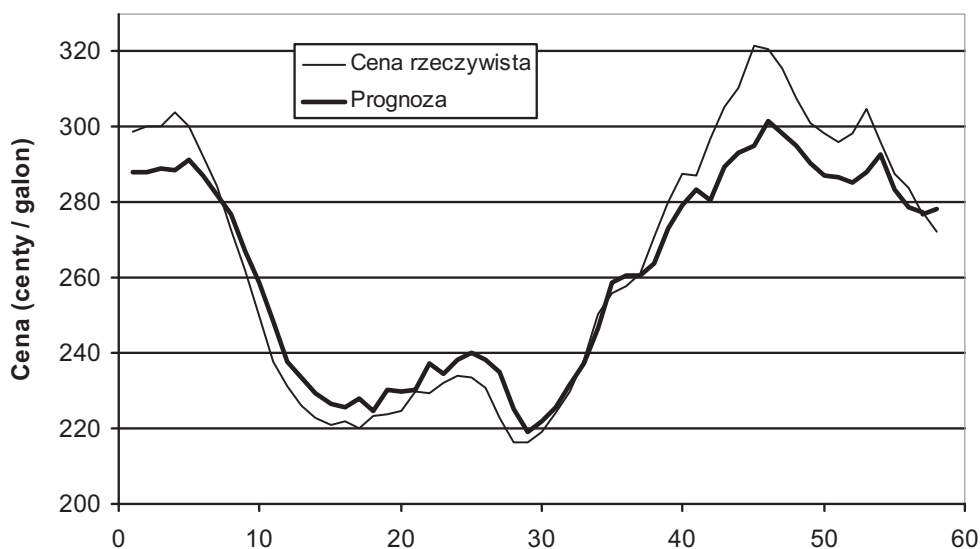
Szer. okna n	1	2	3	4	5
RMSE	10,752	10,592	11,629	12,607	12,424
MAE	8,853	8,394	8,849	9,535	9,468

Źródło: badania własne.

Jak wynika z otrzymanych rezultatów, optymalną szerokością okna danych wejściowych jest $n = 2$. Wielkość $n = 1$ (jedna zmienna wejściowa) stanowi przy-

padek predyktora naiwnego i charakteryzuje się niską efektywnością z powodu zbyt małej ilości informacji dostarczanej w procesie generowania prognozy. Wielkości n większe od 2 wiążą się z niepotrzebnym (jak się okazuje) użyciem zmiennych wejściowych dostarczających nadmiernie opóźnionych wartości szeregu. Takie zmienne wprowadzają zbędne zakłócenia (nieistotne informacje) do sieci neuronowej, co, jak pokazano w literaturze dotyczącej SN, obniża efektywność modelu neuronowego.

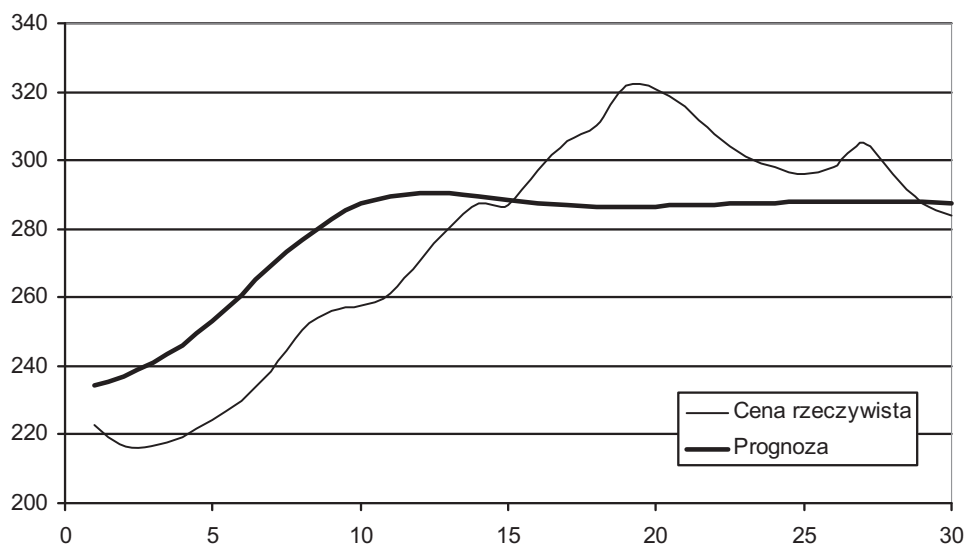
Kolejny wykres przedstawiony na rys. 4 prezentuje graficznie rezultaty prognozy jednokrokowej dla danych testowych dla rozważanego zagadnienia, przy liczebności poszczególnych podzbiorów danych służących do konstrukcji i oceny sieci neuronowej: uczący – 704, walidacyjny – 118, testowy – 60. Dane uczące i walidacyjne (pierwsze 822 wartości szeregu) podzielono na 10 bloków, w których proporcje ilości elementów z obu tych podzbiorów są jednakowe. Dane testowe (prezentowane na rys. 4) stanowią ostatnie 60 elementów szeregu czasowego. Zastosowano szerokość okna danych wejściowych $n = 2$.



Rys. 4. Prognoza jednokrokowa dla danych testowych

Źródło: badania własne.

Rysunek 5 prezentuje rezultaty przykładowej prognozy wielokrokowej (przyjęto horyzont prognozy wynoszący 30 wartości, tj. 30 tygodni). Prognoza tego typu charakteryzuje się znacznie mniejszą dokładnością, gdyż kolejne jej wartości (w krokach 2, 3, ..., 30) oparte są na prognozach z poprzednich kroków, co powoduje narastanie błędu w czasie.



Rys. 5. Przykład prognozy wielokrokowej. Prognoza dla 30 ostatnich wartości szeregu, traktowanych jako dane testowe

Źródło: badania własne.

W tabelicy 2 zamieszczono wyniki porównania efektywności (w sensie błędów RMSE i MAE dla zbioru testowego, tzn. dla 60 ostatnich obserwacji) rozważanego modelu neuronowego (przy $n = 2$, dane jak dla tabelicy 1) z dwoma modelami klasycznymi: wyrównywania wykładniczego (bez trendu, $= 0,1$) oraz ARIMA (1, 0, 1).

Tablica 2

Porównanie efektywności wybranych modeli dla szeregu czasowego cen benzyny

Model	Neuronowy	Wyrównanie wykładnicze	ARIMA(1,0,1)
RMSE	10,592	26,515	11,123
MAE	8,394	22,555	9,214

Źródło: badania własne w oparciu o programy Neural Connection i Statistica.

Metoda wyrównywania wykładniczego przyniosła wyraźnie gorsze rezultaty, zaś model ARIMA okazał się w zasadzie porównywalny z modelem neuronowym.

4. Podsumowanie

W opracowaniu zaprezentowano ogólną metodologię analizy szeregów czasowych przy wykorzystaniu sieci neuronowych uczonych techniką przesuwanego okna danych. Rezultaty zastosowania tej metodologii dla wybranego szeregu czasowego obejmującego tygodniowe dane dotyczące cen benzyny w USA pokazały jej efektywność. Metodę można więc uznać jako narzędzie alternatywne lub uzupełniające w stosunku do klasycznych modeli ekonometrycznych.

Prezentowana metoda należy do technik nieparametrycznych, zatem nie wymaga określenia *a priori* postaci funkcyjnej modelu. Wymagana jest jednak optymalizacja parametrów sieci neuronowej, takich jak np. wielkość warstwy ukrytej, typ funkcji aktywacji, parametry algorytmu uczenia itp. Zagadnienie to, jak również dalsze analizy porównawcze z metodami klasycznymi, wykraczają poza ramy niniejszej pracy i stanowią przedmiot przyszłych badań.

Bibliografia

- Azoff E.M. 1994. *Neural network time series forecasting of financial markets*. New York: Wiley. ISBN 0471943568.
- Box G.E.P., Jenkins G.M. 1983. *Analiza szeregów czasowych: prognozowanie i sterowanie*. Warszawa: PWN. ISBN 83-01-00360-X.
- Chow G.C. 1995. *Ekonometria*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN. ISBN 83-01-11641-2.
- Haykin S. 1994. *Neural networks. A comprehensive foundation*. New York: Macmillan College Publishing Company. ISBN 0023527617.
- Hertz J., Krogh A., Palmer R.G. 1993. *Wstęp do teorii obliczeń neuronowych*. Warszawa: WNT. ISBN 83-204-1680-9.
- Lula P. 1999. *Jednokierunkowe sieci neuronowe w modelowaniu zjawisk ekonomicznych*. Kraków: Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie. ISBN 83-725-2030-5.
- Morajda J. 2000. *Neural Networks as Predictive Models in Financial Futures Trading*. Proc. of the 5-th Conference „Neural Networks and Soft Computing”, Zakopane.
- Morajda J. 2003. *Neural Networks and Their Economic Applications*. W: „Artificial Intelligence and Security in Computing Systems” – Proc. of the 9th International Conference ACS’2002. Boston – Dordrecht – London: Kluwer Academic Publishers.
- Morajda J. 2005. *Sieci neuronowe i ich wykorzystanie w analizie danych ekonomicznych, na przykładzie prognozowania sprzedaży energii elektrycznej*. Zeszyty Naukowe Małopolskiej Wyższej Szkoły Ekonomicznej w Tarnowie. Zeszyt 7. Prace z zakresu informatyki i zarządzania. Tarnów: MWSE.
- Osowski S. 1996. *Sieci neuronowe w ujęciu algorytmicznym*. Warszawa: WNT. ISBN 83-204-2197-7.
- Rutkowska D., Piliński M., Rutkowski L. 1997. *Sieci neuronowe, algorytmy genetyczne i systemy rozmyte*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN. ISBN 83-01-12304-4.
- Tadeusiewicz R. 1993. *Sieci neuronowe*. Warszawa: Akademicka Oficyna Wydawnicza RM. ISBN 83-85-76903-X.
- Witkowska D. 2005. *Podstawy ekonometrii i teorii prognozowania*. Kraków: Oficyna Ekonomiczna. ISBN 83-89355-64-7.
- Zieliński J.S. (red.). 2000. *Inteligentne systemy w zarządzaniu – teoria i praktyka*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN. ISBN 83-01-12968-9.

Neural Forecasting of Time Series by Means of the Moving Data Window Technique

S u m m a r y: The paper outlines a method of time series analysis and forecasting based on neural networks, which utilises a moving data window technique. The research on the application of the method for time series has been described with reference to retail prices of gasoline in the USA. The effectiveness of the method has been evaluated and compared with selected classical tools of time series analysis.

Key words: time series, neural networks, forecasting
