

PAWEŁ WOŁOSZYN\*

## Program Data Visualizer w badaniu przebiegów chaotycznych

---

Słowa kluczowe: chaotyczne szeregi czasowe, analiza danych komputerowych, wizualizacja danych komputerowych

---

**Streszczenie:** Dynamika systemów chaotycznych często badana jest przy wykorzystaniu metod symulacji komputerowej. Program Data Visualizer został przez autora zaprojektowany i zaimplementowany z myślą o dostarczeniu wygodnego narzędzia do analizy i wizualizacji zachowania chaotycznych systemów dynamicznych. Dane w postaci szeregów czasowych mogą zostać poddane edycji, a następnie są wyświetlane w odrębnych oknach w formie wykresów czasowych lub obrazów fazowych. Obrazy fazowe mogą być uzupełnione przez wyświetlenie wektorów kierunkowych wskazujących następny punkt obrazu na płaszczyźnie fazowej. Analiza własności chaotycznych szeregów czasowych, w tym również badanie ich obrazów fazowych, może znaleźć zastosowanie w klasyfikacji systemów chaotycznych.

### 1. Wprowadzenie

W badaniu własności systemów dynamicznych generujących przebiegi chaotyczne szeroko stosowane są metody eksperymentalne. Metody symulacji komputerowej pozwalają względnie łatwo otrzymywać długie ciągi obserwacji modelu systemu chaotycznego. Również wybranym programem komputerowym może prowadzić analizę otrzymanych w procesie symulacji rezultatów. W tym celu wykorzystuje się dostępne programy ogólnego przeznaczenia (najczęściej arkusze obliczeniowe, np. MS Excel) lub specjalnie zaprojektowane i zaimplementowane programy analizy i wizualizacji danych. Jednym z takich programów jest omawiany niżej Data Visualizer.

---

\* Dr Paweł Wołoszyn jest pracownikiem Akademii Górniczo-Hutniczej im. S. Staszica w Krakowie. Kontakt: pawel.woloszyn@agh.edu.pl.

Zachowanie chaotyczne obserwowane w systemach dynamicznych jest całkowicie zdeterminowane i pozbawione zupełnie elementów losowości. Przebiegi chaotyczne są jednak bardzo nieregularne i w praktyce uniemożliwiają przewidywanie ich przyszłych wartości (Baker, 1998; Ott, 1997; Schuster, 1995). Dotyczy to zwłaszcza przewidywania w dłuższym horyzoncie czasowym. W krótkich przedziałach czasu zachowanie systemu chaotycznego jest z reguły w znacznym stopniu przewidywalne.

## 2. Chaos w prostych modelach nieliniowych

Warunkiem pojawienia się przebiegów chaotycznych w deterministycznym modelu są nieliniowe zależności opisujące badany system. Jednym z najprostszych przykładów modelu systemu chaotycznego jest odwzorowanie kwadratowe (Stewart, 1996) opisywane zależnością:

$$x_{t+1} = 2x_t^2 - 1 \quad (1)$$

Warunek nieliniowości modelu jest spełniony w efekcie występowania w równaniu (1) funkcji kwadratowej. Równanie to bezpośrednio pozwala na generowanie dowolnej długości szeregów czasowych. Należy w tym celu przyjąć pewną wartość liczbową z przedziału  $(-1; 1)$  traktowaną jako wartość startowa  $x_0$  dla początkowej chwili czasu  $t = 0$ . Stosując zależność (1) wyznaczana jest wartość generowanego szeregu czasowego dla momentu czasu  $t = 1$ . Systematycznie powtarzając obliczenia dla kolejnych momentów czasu  $t = 2, t = 3, \dots$  otrzymujemy szereg czasowy opisujący zachowanie systemu w dyskretnych momentach symulowanego czasu. Wygodnym narzędziem przeprowadzenia procedury generowania szeregu czasowego jest elektroniczny arkusz obliczeniowy. W przeprowadzonych eksperymentach symulacyjnych wykorzystano program MS Excel. Dla wartości początkowej  $x_0 = 0,7431725$  formuły wpisane w kolumnie B arkusza obliczeniowego wyznaczają kolejne wartości szeregu (rys. 1). Obliczone wartości można przedstawić graficznie na wykresie liniowym (rys. 2).

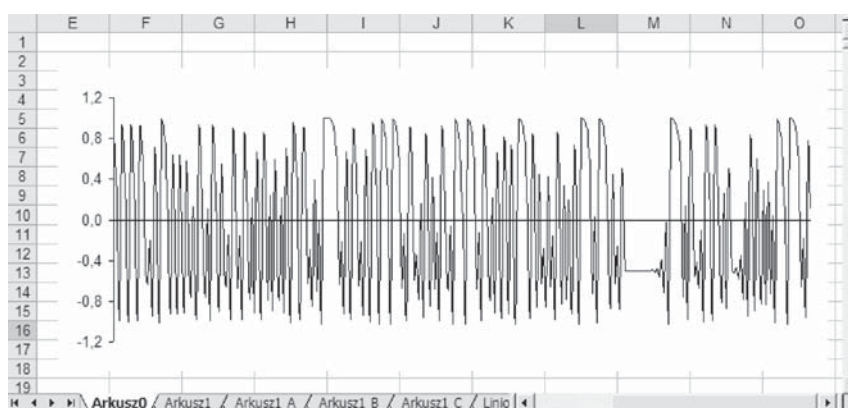
Analizując rysunek 2 dostrzegamy występujące w badanym modelu (1) zachowanie chaotyczne przejawiające się zdecydowanie nieregularnym przebiegiem zmiennej  $x_t$ . Poprzez wykorzystanie wizualizacji szeregu chaotycznego w postaci wykresu jego wartości można dostrzec znacznie więcej cech i własności badanego zjawiska niż w przypadku przeglądania wartości badanego szeregu w formie stabelaryzowanej przedstawionej na rysunku 1. Dobierając bardziej specyficzne metody wizualizacji znacznie zwiększają się możliwości percepcji charakterystycznych własności szeregu czasowego.

Jedną z metod wizualizacji chaotycznego szeregu czasowego jest sporządzenie jego obrazu fazowego nazywanego również wykresem fazowym. W tym celu przy generowaniu wartości szeregu czasowego obliczane były również jego pierwsze różnice oznaczone przez  $\Delta x$  w kolumnie B arkusza obliczeniowego przedstawionego na rysunku 1.

	A	B	C
1			
2	t	x	$\Delta x$
3	0	0.7431725	
4	1	0.1046107	-0.6385618
5	2	-0.9781132	-1.0827239
6	3	0.9134108	1.8915240
7	4	0.6686387	-0.2447721
8	5	-0.1058446	-0.7744833
9	6	-0.9775938	-0.8717492
10	7	0.9113794	1.8889732
11	8	0.6612247	-0.2501546
12	9	-0.1255637	-0.7867884
13	10	-0.9684675	-0.8429038
14	11	0.8758586	1.8443262
15	12	0.5342567	-0.3416019
16	13	-0.4291395	-0.9633962
17	14	-0.6316786	-0.2025391
18	15	-0.2019642	0.4297144
19	16	0.9184209	1.7164566

Rys. 1. Generowanie chaotycznego szeregu czasowego w programie MS Excel

Źródło: opracowanie własne.

Rys. 2. Wykres wartości zmiennej  $x_t$  wygenerowanych w programie MS Excel przy wykorzystaniu odwzorowania  $x_{t+1} = 2x_t^2 - 1$  dla wartości początkowej  $x_0 = 0.7431725$ , iteracje 1–300

Źródło: opracowanie własne.

### 3. Wykresy fazowe szeregów czasowych

W przedstawionych wyżej rozważaniach badaliśmy zachowanie modelu systemu dynamicznego poprzez bezpośrednią analizę wartości szeregów czasowych reprezentujących zmienną obserwowaną w systemie. W przypadku systemów ekonomicznych często stosowana jest taka metoda badawcza. Inną metodą badania dynamiki systemu jest przedstawienie w przestrzeni stanów tego systemu trajek-

torii opisującej jego zachowanie w czasie, a następnie analizowanie własności skonstruowanej trajektorii.

Uporządkowany zbiór wartości wybranych zmiennych systemu opisuje stan tego systemu w pewnej chwili czasu. Równocześnie wspomniany zbiór wartości (nazywanych ogólnie zbiorem wartości zmiennych stanu) wyznacza jeden punkt w przestrzeni stanów systemu. Z natury rzeczy w ogólnym przypadku stan systemu dynamicznego wyznaczany jest w wielowymiarowej przestrzeni. Jeżeli system opisywany jest jedynie przez dwie zmienne, jego przestrzeń stanów redukuje się do dwóch wymiarów tworząc płaszczyznę fazową. Obrazem fazowym (wykresem fazowym) systemu dynamicznego w przestrzeni jego stanów jest zbiór punktów tej przestrzeni odpowiadający poszczególnym momentom czasu, w których następuje rejestrowanie wartości obserwowanych zmiennych systemu. Obraz fazowy nazywać będziemy również trajektorią systemu dynamicznego. Trajektoria systemu w sposób syntetyczny wizualizuje jego dynamikę, stając się pewnego rodzaju portretem fazowym tego systemu (często używa się tego terminu w znaczeniu obrazu fazowego). Sporządzanie obrazu fazowego systemu dynamicznego, a następnie badanie tego obrazu pozwala niejednokrotnie dostrzec zależności, które mogą być trudne do zauważenia przy bezpośredniej analizie uszeregowanych w czasie wartości szeregów czasowych.

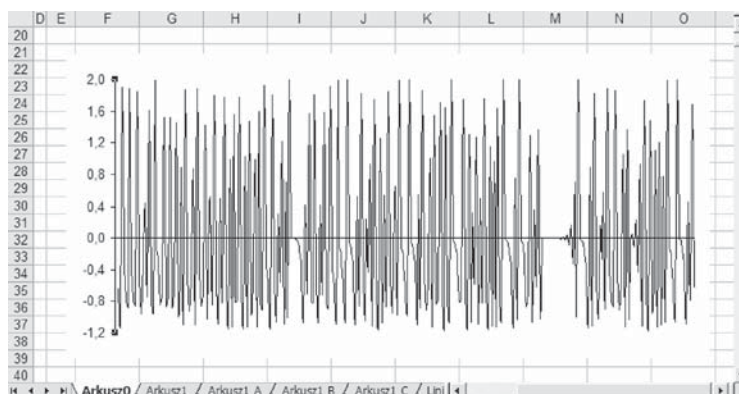
W prostym, dwuwymiarowym przypadku, płaszczyzna fazowa systemu dynamicznego jest wyznaczona przez pewną zmienną systemu oraz jej pochodną względem czasu. Zarówno wybrana zmienna systemu, jak i jej pochodna są reprezentowane przez odpowiednie szeregi czasowe. Na wykres fazowy systemu składają się punkty, których współrzędne na płaszczyźnie fazowej wyznaczone są przez pary odpowiadających sobie wartości obydwu szeregów odnoszące się do tej samej chwili czasu. Zbiór uzyskanych w opisany sposób punktów stanowi trajektorię badanego systemu.

W praktyce badania dynamiki wybranego systemu często zdarza się, że dysponujemy tylko jednym szeregiem czasowym przedstawiającym wartości pewnej zmiennej i nie znamy odpowiadającego mu szeregu reprezentującego pochodną tej zmiennej. Brakujący szereg czasowy odpowiadający pochodnej zwykle konstruowany jest na podstawie posiadanego oryginalnego szeregu poprzez operację wyznaczania jego pierwszych różnic. Jest to wygodna metoda ze względu na jej prostotę obliczeniową. Poszczególne wartości szeregu odpowiadającego pochodnej równe są różnicom kolejnych sąsiadujących ze sobą wartości podstawowego szeregu czasowego.

Weźmy pod uwagę model systemu dynamicznego opisanego odwzorowaniem (1). Na podstawie wspomnianego odwzorowania generujemy szereg czasowy zmiennej  $x$ . Następnie, obliczając różnice kolejnych par wartości otrzymanego szeregu, tworzymy nowy szereg czasowy  $x'$  zgodnie z zależnością:

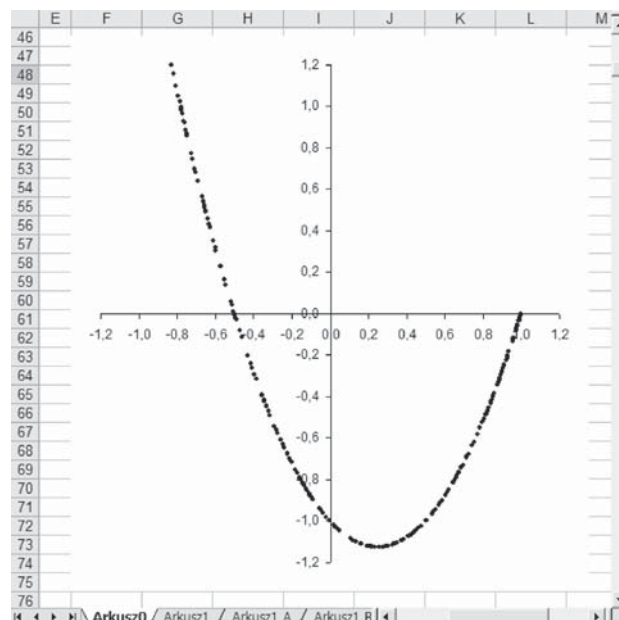
$$x'_t = x_{t+1} - x_t \quad (2)$$

Fragment otrzymanego szeregu pochodnej przedstawiony został na rysunku 3, który koresponduje z wykresem pokazanym na rysunku 2. Przy okazji łatwo zauważyć i wykazać prawidłowość dotyczącą zakresu wartości tego szeregu. Wszystkie jego wartości mieszczą się w przedziale  $[-1,125; 2]$ .



Rys. 3. Wykres wartości pochodnej  $x'_t = x_{t+1} - x_t$  zmiennej  $x$  generowanej w programie MS Excel przez odwzorowanie  $x_{t+1} = 2x_t^2 - 1$  dla wartości początkowej  $x_0 = 0,7431725$ , iteracje 1–300

Źródło: opracowanie własne



Rys. 4. Obraz fazowy odwzorowania  $x_{t+1} = 2x_t^2 - 1$ , osz pozioma zmienna  $x$ , osz pionowa pochodna  $x'$  zastąpiona różnicą  $x'_t = x_{t+1} - x_t$ , 300 iteracji

Źródło: opracowanie własne

Dysponując obydwoma szeregami czasowymi  $x$  oraz  $x'$  możemy zbudować obraz fazowy odwzorowania kwadratowego (1), który przedstawiony został na rysunku 4. Oś pozioma reprezentuje wartości zmiennej  $x$ , a oś pionowa wartości pochodnej  $x'$ . W prosty sposób analitycznie można określić równanie krzywej przedstawiającej obraz fazowy tego odwzorowania:

$$y = 2x^2 - x - 1 \quad (3)$$

### 3. Oprogramowanie wspomagające badanie chaotycznych szeregów czasowych

Jak stwierdzono we wstępie do niniejszej pracy, jej zasadniczym celem jest prezentacja oprogramowania zaprojektowanego i wykonanego przez autora w celu wspomagania badania szeregów czasowych przy wykorzystaniu obrazów fazowych dotyczących związanych z nimi przekształceń. Omawiany program noszący nazwę Data Visualizer wersja 1.5 został napisany w języku C++ przy wykorzystaniu kompilatora Microsoft Visual C++ 6.0 i jest przeznaczony do uruchamiania pod kontrolą systemu operacyjnego MS Windows. Przedstawiana wersja programu Data Visualizer ma charakter prototypowy i może być poddawana modyfikowaniu w miarę formułowania nowych wymagań w trakcie użytkowania programu.

W celu przedstawienia możliwości programu Data Visualizer rozważmy inne przekształcenie generujące chaotyczne szeregi czasowe:

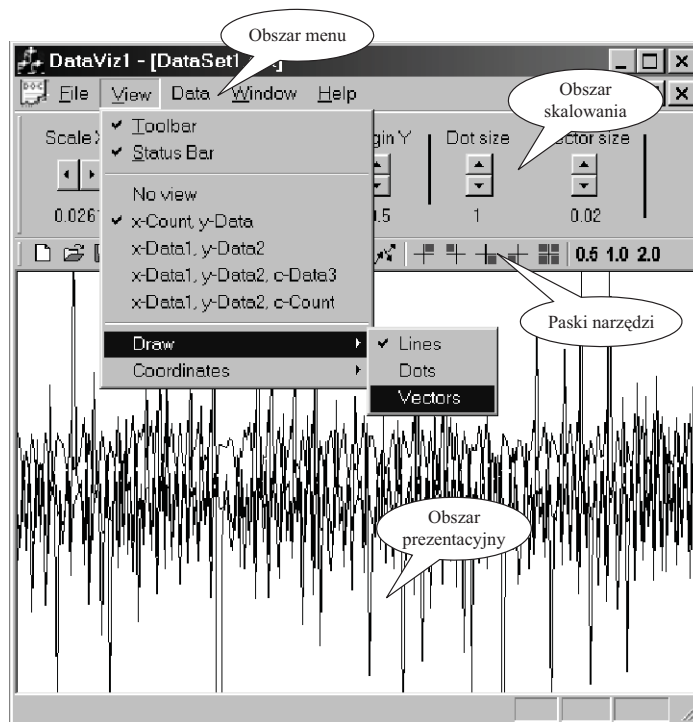
$$x_{t+1} = x_t + (n - x_t)(ax + k) \quad (4)$$

Na podstawie odwzorowania (4), po przyjęciu (w dużej mierze arbitralnie) pewnych wartości dla występujących w tym odwzorowaniu parametrów  $n = 460$ ,  $a = 0,7$ ,  $k = 0,0046$  oraz zakładając wartość początkową  $x_0 = 571$ , wygenerowany został szereg czasowy o długości 5000 wartości. Wykorzystując ten sam model systemu dynamicznego określony odwzorowaniem (4) generujemy drugi szereg czasowy przy zachowaniu poprzednich wartości parametrów  $n$ ,  $a$  oraz  $k$ . Jediną różnicą w stosunku do pierwszego wygenerowanego szeregu czasowego jest niewielka zmiana wartości początkowej  $x_0 = 567$ .

Dysponując dwoma szeregami czasowymi  $x^{(1)}$  oraz  $x^{(2)}$  o jednakowej długości, wygenerowanymi przez odwzorowanie (4) możemy utworzyć ich sumę dającą w wyniku nowy szereg czasowy:

$$x_t = x^{(1)}_t + x^{(2)}_t \quad (5)$$

Otrzymany na podstawie zależności (5) chaotyczny szereg czasowy w postaci numerycznej został wprowadzony do programu Data Visualizer. Wykorzystując



Rys. 5. Ogólny widok i struktura funkcjonalna głównego okna programu Data Visualizer

Źródło: opracowanie własne.

przykład tego szeregu czasowego omówimy krótko możliwości obliczeniowe i prezentacyjne programu Data Visualizer. Na rysunku 5 przedstawiony został ogólny widok głównego okna omawianego programu przy rozwiniętej jednej z pozycji wielopoziomowego systemu menu.

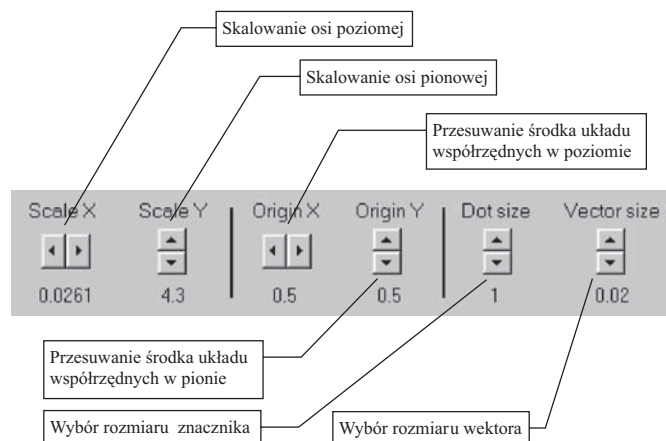
Ogólna struktura głównego okna programu Data Visualizer, które stanowi zarazem podstawowy interfejs komunikacyjny użytkownika programu, obejmuje cztery zasadnicze obszary funkcjonalne. Obszary te ułożone jeden nad drugim (zaznaczone zostały one także symbolicznie na rysunku 5) to:

- Obszar menu
- Obszar skalowania
- Paski narzędzi
- Obszar prezentacyjny

Obszar menu programu Data Visualizer odpowiada typowemu wielopoziomowemu menu w wielodokumentowych aplikacjach pracujących pod kontrolą systemu operacyjnego MS Windows. Menu pierwszego poziomu zawiera pozycje:

- File      Wczytywanie danych źródłowych, zapisywanie danych, tworzenie nowych plików z danymi, wyjście z programu.





Rys. 6. Obszar skalowania w głównym oknie programu Data Visualizer podzielony na grupy sterujące formatem wyświetlania danych

Źródło: opracowanie własne.

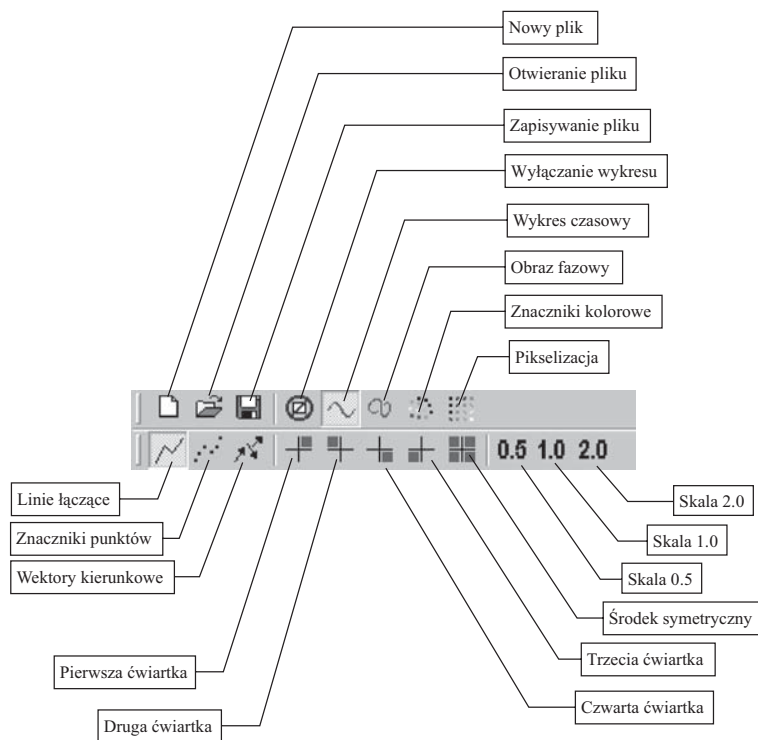
- View** Sterowanie wszystkimi elementami wyświetlanymi w głównym oknie programu, wybór trybu wyświetlania wykresów i obrazów fazowych w oknach prezentacyjnych.
- Data** Importowanie danych, edycja wprowadzonych danych.
- Window** Tworzenie nowych okien prezentacyjnych, sterowanie rozmiarami i rozmieszczanie otwartych okien.
- Help** Podstawowe informacje o programie.

Obszar skalowania, pokazany i opisany odnośnikami na rysunku 6, służy do ustalania skali osi poziomej i pionowej tworzonych obrazów fazowych oraz wykresów czasowych. W obszarze tym można również dokonywać przesunięcia całego wykresu w dowolnym kierunku na płaszczyźnie rysowania. Kolejną możliwością jest wybór rozmiaru znaczników poszczególnych punktów obrazu fazowego, a także rozmiaru wektorów kierunkowych.

Paski narzędzi, jak w większości innych programów uruchamianych w systemie MS Windows, służą do szybkiego dostępu do najczęściej wykorzystywanych funkcji programu. Niektóre przyciski paska narzędziowego umożliwiają wykonanie operacji niedostępnej dla użytkownika w inny sposób. Narzędzia dostępne w programie Data Visualizer przedstawione zostały na rysunku 7.

Do programu Data Visualizer, jak wynika z opisu wejściowego pliku tekstowego, są faktycznie wprowadzane równolegle trzy szeregi czasowe. Pierwszy i drugi szereg służą do konstruowania obrazu fazowego. Trzeci szereg może być w specjalny sposób reprezentowany na tworzonych przez program wykresach (może przykładowo reprezentować czas wyrażony numerem iteracji związanej z kolejną wartością podstawowego szeregu). Rysunek 8 pokazuje okno edycyjne programu





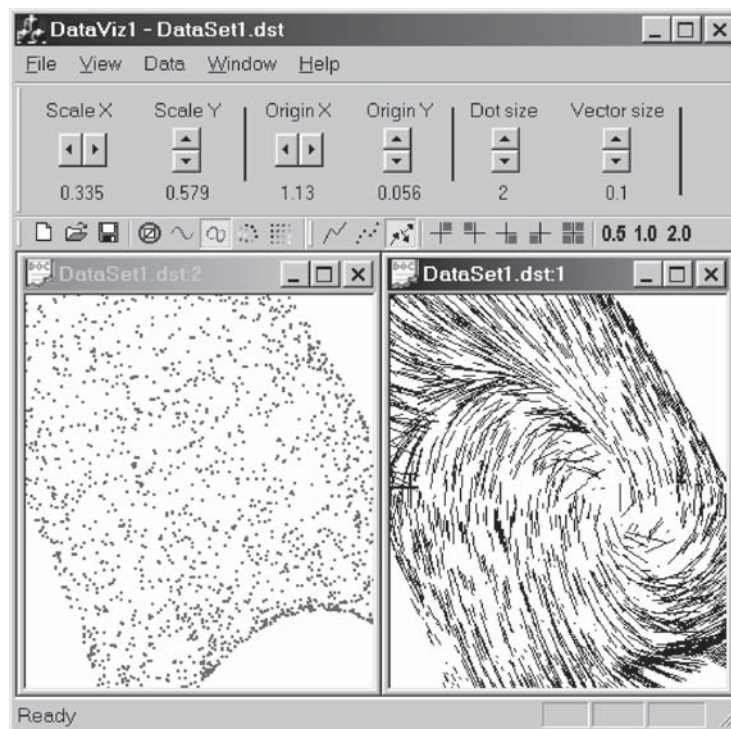
Rys. 7. Paski narzędzi programu Data Visualizer

Źródło: opracowanie własne.

Count	Data 1	Data 2	Data 3
0	0.986973	-0.467609	-0.693047
1	0.519365	1.01078	0.979304
2	1.53015	-0.110517	-3.85571
3	1.41963	0.158481	0.438785
4	1.57811	-0.433732	-1.16573
5	1.14438	-0.169234	0.300692
6	0.975147	0.693963	0.598462
7	1.66911	-0.570480	-0.823923
8	1.09863	0.854208	0.515774
9	1.95284	-1.77263	-0.930854
10	0.180213	0.423111	5.02343
11	0.603324	0.532805	0.0913559
12	1.13613	-0.543241	-0.810187
13	0.592887	0.668723	0.920279
14	1.26161	-0.465814	-1.80121
15	0.795795	-0.0418313	1.07155
16	0.753964	0.351624	0.942277
17	1.10559	0.126423	-0.539645
18	1.23201	0.524125	0.244682
19	1.75614	-1.01443	-1.02363
20	0.741706	0.0946576	9.01029
21	0.836364	0.0150773	0.127103

Rys. 8. Okno edycyjne danych wprowadzanych do programu Data Visualizer

Źródło: opracowanie własne.



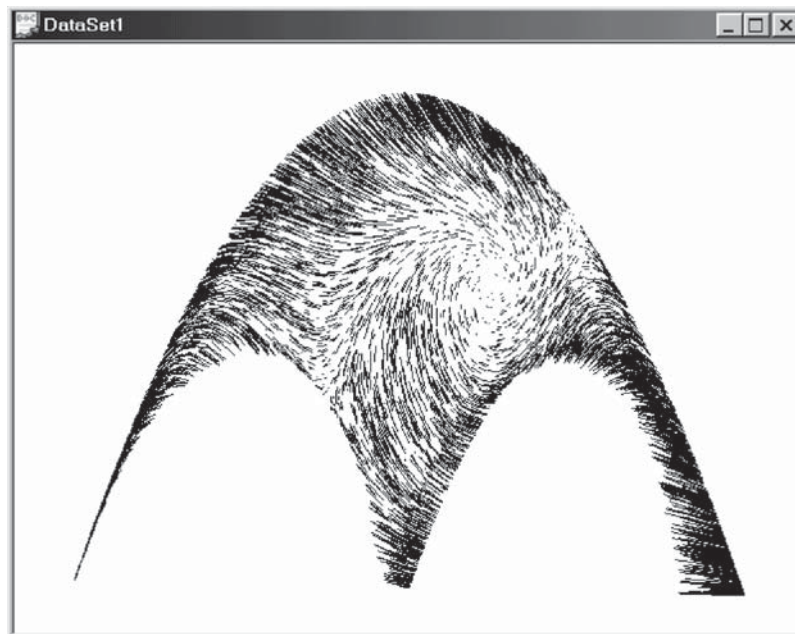
Rys. 9. Skalowanie wykresów w oknach prezentacyjnych

Źródło: opracowanie własne.

Data Visualizer, w którym można przeglądać i dokonywać edycji wprowadzonych do programu danych. Wyświetlane w oknach programu Data Visualizer wykresy mogą podlegać procesowi skalowania w celu uzyskania specyficznego sposobu wizualizowania danych. Wspomniane możliwości ilustruje rysunek 9. Program pozwala również na inne przekształcenia prezentacyjne, takie jak mapowanie cech oraz pikselizacja wykresu. Dodatkowo do obrazu fazowego szeregu czasowego może być dodana uzupełniająca informacja zakodowana w postaci kolorowej mapy nałożonej na wykres.

## 5. Wektory kierunkowe

Obrazy fazowe konstruowane w oknach prezentacyjnych programu Data Visualizer mogą być uzupełnione przez wyświetlenie wektorów kierunkowych zaznaczających na płaszczyźnie fazowej kierunek odpowiadający następnemu punktowi obrazu fazowego zgodnie z kolejnością występowania wartości w badanym szeregu czasowym.



Rys. 10. Obraz fazowy szeregu czasowego (7),  $m = 0,399$ ,  $x^{(1)}_0 = 0,9$ ,  $x^{(2)0} = 0,7$ , 6000 iteracji

Źródło: opracowanie własne.

Pokrewnym w stosunku do odwzorowania (4) jest odwzorowanie logistyczne definiowane zależnością:

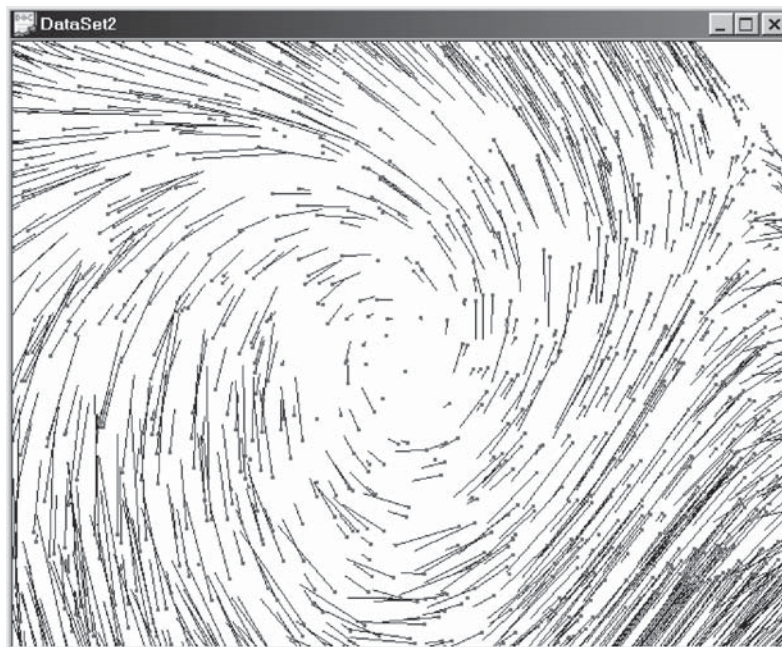
$$x_{t+1} = m x_t (1 - x_t) \quad (6)$$

gdzie  $m$  jest stałym parametrem, który w dużej mierze decyduje o dynamice odwzorowania.

Wykorzystując odwzorowanie (6) generujemy dwa jednakowej długości szeregi czasowe  $x^{(1)}$  oraz  $x^{(2)}$ , które następnie służą wyznaczeniu szeregu czasowego będącego średnią arytmetyczną obydwu szeregów składowych:

$$y_t = (x^{(1)}_t + x^{(2)}_t) / 2 \quad (7)$$

Na rysunku 10 przedstawiony został obraz fazowy utworzonego szeregu czasowego uzupełniony o wektory kierunkowe wskazujące na płaszczyźnie fazowej kierunek, w którym w stosunku do pewnego punktu znajduje się następny punkt obrazu fazowego. Kolejność punktów obrazu fazowego odpowiada kolejności występowania poszczególnych wartości w szeregu czasowym. Każdy wektor na rysunku 10 ma długość proporcjonalną do geometrycznej odległości pomiędzy odpowiednimi dwoma następującymi po sobie punktami obrazu fazowego.



Rys. 11. Powiększony fragment obrazu fazowego z rysunku 10 z zaznaczonymi punktami i wektorami kierunkowymi

Źródło: opracowanie własne.

Wraz ze zwiększeniem w programie Data Visualizer rozmiarów rysowanych wektorów kierunkowych widać wyraźnie występujący na obrazie fazowym prawoskrętny wir. Jego charakterystyczny kształt w powiększeniu pokazuje rysunek 11, na którym dodatkowo zaznaczone zostały poszczególne punkty obrazu fazowego.

## 6. Zakończenie

Prezentowane w niniejszej pracy rozważania dotyczyły zagadnień związanych z chaosem obserwowanym w szeregach czasowych generowanych przez proste modele matematyczne systemów dynamicznych. Główne podejście badawcze obejmowało szerokie wykorzystanie metod eksperymentalnych mających formę komputerowych symulacji zachowania się matematycznego modelu systemu dynamicznego. Analiza dotycząca konstruowanych obrazów fazowych chaotycznych szeregów czasowych wymagała opracowania specjalizowanego oprogramowania Data Visualizer. Za pomocą tego programu można było w prosty sposób wizualizować badane szeregi czasowe przy wykorzystaniu grupy różnorodnych przekształceń graficznych. Analiza własności chaotycznych szeregów czasowych, w tym również badanie ich obrazów fazowych, może znaleźć zastosowanie w klasyfikacji systemów chaotycznych.

## Bibliografia

- Baker G. L., Gollub J. P. 1998. *Wstęp do dynamiki układów chaotycznych*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN. ISBN 83-01-12617-5.
- Ott E. 1997: *Chaos w układach dynamicznych*. Warszawa: WNT. ISBN 83-204-2130-6.
- Schuster H. G. 1995: *Chaos deterministyczny. Wprowadzenie*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN. ISBN 83-01-10940-8.
- Stewart I. 1996: *Czy Bóg gra w kości? Nowa matematyka chaos*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN. ISBN 83-01-11371-5.

## Data Visualizer Programme Applied in Analysis of Chaotic Series

**Summary:** The dynamics of chaotic systems is often examined with help of computer simulation methods. The results of computer experiments are analysed with methods offered by available computer programmes of common use or with especially built software. Data Visualizer programme was designed and implemented by the author in order to provide a comfortable tool to analyse and visualize data which constitute the observations of chaotic dynamic systems. The data in the form of chaotic time series, being implemented into Data Visualizer programme can be subject to edition and subsequently – displayed in separate windows in the form of time charts or phase images. All charts are subject to calibration in order to achieve a specific method of visualizing data. The programme also allows different presentation transformations, such as mapping features and pixellation of the chart. Phase image, built in presentation windows of Data Visualizer programme can be completed by displaying direction vectors which indicate the next point of the image on the phase plane. By means of Data Visualizer programme it is possible to visualize the time sequences being analysed in a simple way, using a group of varied graphic transformations. The analysis of chaotic qualities of time series, including the examination of their phase images can be applied into the classification of chaotic systems.

---

**Key words:** chaotic time sequences, computer data analysis, computer data visualization

---